Misure di dispersione

- 27 28 29 30 31

$\bar{x} = 29$

- range=31-27=4

- Ma anche il range ha dei limiti

- 9 18 23 45 50

$\bar{x} = 29$

- range=50-9=41

RANGE (CAMPO DI VARIAZIONE)

$$Range = x_{max} - x_{min}$$

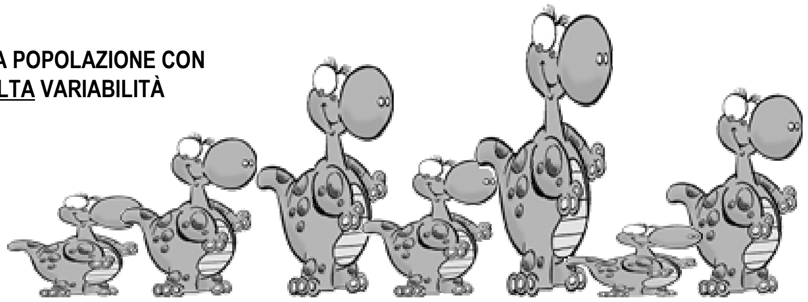
differenza tra il valore massimo e il valore minimo osservati

- ✓ Si basa soltanto sui valori estremi della distribuzione e non tiene conto dei valori intermedi
- ✓ E' molto influenzato da osservazioni anomale (***outliers***)

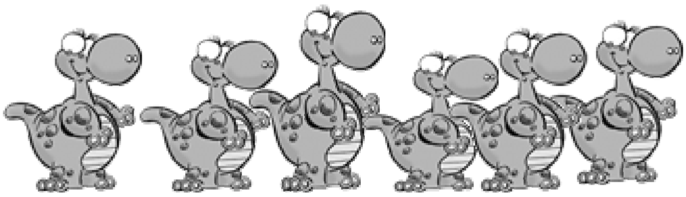
SESM

la variabile d’interesse è l’ALTEZZA

UNA POPOLAZIONE CON <u>MOLTA</u> VARIABILITÀ



UNA POPOLAZIONE CON <u>POCA</u> VARIABILITÀ



Calcolo della deviazione standard del volume plasmatico di 8 adulti maschi sani. Media, $\bar{x}$=3.00.1

Volume plasmatico x	*Deviazione Dalla media* $x-\bar{x}$	*Deviazione al quadrato* $(x-\bar{x})^2$	*Osservazione elevata al quadrato* x^2
2.75	*-0.25*	*0.0625*	*7.5625*
2.86	*-0.14*	*0.0196*	*8.1796*
3.37	*0.37*	*0.1369*	*11.3569*
2.76	*-0.24*	*0.0576*	*7.6176*
2.62	*-0.38*	*0.1444*	*6.8644*
3.49	*0.49*	*0.2401*	*12.1801*
3.05	*0.05*	*0.0025*	*9.3025*
3.12	*0.12*	*0.0144*	*9.7344*
Totali 24.02	*Totali* 0.00	*Totali* 0.6780	*Totali* 72.7980

DEVIANZA

$$\sum \left(x - \overline{x}\right)^2 = \sum x^2 - \frac{\left(\sum x\right)^2}{N}$$

VARIANZA S^2

$$S^2 = \frac{\sum\left(X - \overline{X}\right)^2}{N-1} = \frac{\sum X^2 - \frac{\left(\sum X\right)^2}{N}}{N-1}$$

DEVIAZIONE STANDARD S

$$S = \sqrt{VARIANZA} = \sqrt{\frac{\sum\left(X - \overline{X}\right)^2}{N-1}}$$

ESEMPIO VOLUME PLASMATICO DI 8 MASCHI ADULTI SANI

DEVIANZA

$$\sum X^2 - \frac{\left(\sum X\right)^2}{N} = 72{,}798 - \frac{(24{,}02)^2}{8} = 0{,}6780$$

VARIANZA S^2

$$S^2 = \frac{devianza}{N-1} = \frac{0{,}6780}{7} = 0{,}0969 l^2$$

DEVIAZIONE STANDARD S

$$s = \sqrt{0{,}0969} = 0{,}311 l$$

ESEMPIO: La seguente tabella mostra le ore di sollievo dovute a due differenti farmaci somministrati consecutivamente a pazienti che soffrono di artrite

Paziente	Farmaco A	Farmaco B
1	2.0	3.5
2	3.6	5.7
3	2.6	2.9
4	2.6	2.4
5	7.3	9.9
6	3.4	3.3
7	14.9	16.7
8	6.6	6.0
9	2.3	3.8
10	2.0	4.0
11	6.8	9.1
12	8.5	10.9

1) CALCOLARE LA MEDIA NELLE ORE DI SOLLIEVO DATE DAI DUE FARMACI

A: X = (2.0+3.6+2.6…+8.5) /12= 5.22

B: X = 7.35

2) CALCOLARE LA DEVIANZA:

$$A : \sum (X - X)^2 (2.0 - 5.22)^2 + (3.6 - 5.22)^2 + (2.6 - 5.22)^2 + \ldots + (8.5 - 5.22)^2 = 162.12$$

$$B : \sum (X - X)^2 = 384.49$$

3) CALCOLARE LA VARIANZA

$$A : \sum (X - X)^2 / N = 132.12 / 11 = 14{,}74 = S_A^2$$

$$B : \sum (X - X)^2 / N = 384.49 / 11 = 34.95 = S_B^2$$

4) CALCOLARE LA DEVIAZIONE STANDARD

$$A : s = radq \left(\sum (x - x)^2 / N \right) = radq (14.74) = 3.84 = S_A$$

$$B : s = radq \left(\sum (x - x)^2 / N \right) = radq (34.95) = 5.91 = S_B$$

5) CALCOLARE L' INTERVALLO DI VARIAZIONE E RANGE DELLA VARIABILE ORE DI SOLLIEVO PER I DUE FARMACI

	FARMACO A	FARMACO B
RANGE	14.9-2=12.9	20.9-2.4=18.5

In alcune situazioni il confronto della variabilità all'interno di due gruppi di osservazioni utilizzando la deviazione standard è fuorviante

Due variabili diverse:

In 91 ragazze matricole di Medicina a Verona nell'A.A. 95/96,
la media del **peso** era pari a **55.1 Kg** e la deviazione standard era pari a **5.7 Kg**,
la media della **statura** era pari a **166.1 cm** e la deviazione standard era pari a **6.1 cm.**

E' maggiore la variabilità del peso o la variabilità della statura?

1. Le variabili misurate nei due gruppi sono diverse *(le osservazioni nei due gruppi sono espresse con diverse unità di misura)*

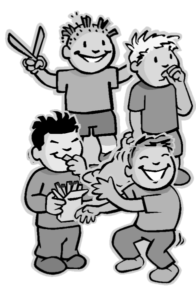
SESM

Due gruppi con valori medi molto distanti

Tre neonati pesano rispettivamente **3**, **4** e **5 Kg** (media = **4 Kg**; dev.st. = **1 Kg**).
Tre bambini di 1 anno pesano **10**, **11** e **12 Kg** (media = **11 Kg**; dev.st. = **1 Kg**).

La deviazione standard è uguale nei due gruppi, ma il buon senso suggerisce che la variabilità del peso sia maggiore nei neonati.

1. La variabile misurata è la stessa ma i valori medi delle osservazioni nei due gruppi sono molto distanti *(le osservazioni nei due gruppi sono su diversi ordini di grandezza)*



SESM

COEFFICIENTE DI VARIAZIONE PERCENTUALE

CV% = (deviazione standard / media) * 100%

Ci permette di misurare la variabilità **indipendentemente** dalla grandezza e dalla scala di misura delle osservazioni

	Media	Dev. standard	CV
Neonati	4 Kg	1 Kg	**25.0 %**
Bambini 1 anno	11 Kg	1 Kg	**9.1 %**

La variabilità del peso è maggiore nei neonati.

	Media	Dev. standard	CV
Peso	55.1 Kg	5.7 Kg	**10.3 %**
Statura	166.1 cm	6.1 cm	**3.7 %**

La variabilità del peso è maggiore della variabilità della statura.

Esempio di confronto tra variabilità

Nell' ipotesi di aver riscontrato in un gruppo di soggetti i seguenti valori

glicemia: $\bar{x}$ = 85 mg / 100 ml

s = 11 mg / 100 ml,

calcemia: $\bar{x}$ = 9 mg / 100 ml

s = 1,5 mg / 100 ml,

non è corretto considerare più dispersa la variabile glicemia che presenta una deviazione standard circa dieci volte maggiore.

Il confronto deve essere effettuato tramite i CV % :

glicemia: $CV\ \% = \frac{11mg\ /100\,ml}{85mg\ /100\,ml} \cdot 100 = 12{,}9\%$

calcemia: $CV\ \% = \frac{1{,}5mg\ /100\,ml}{9mg\ /100\,ml} \cdot 100 = 16{,}7\%$

In realtà, in base alle misure ottenute risulta più dispersa, anche se di poco, la calcemia

ESEMPIO

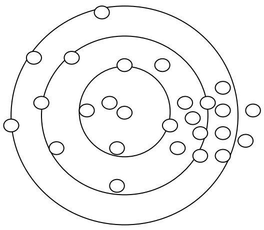
Per valutare l' attendibilità di due metodi (A e B) per la determinazione del colesterolo sierico, un siero standard a concentrazione nota di colesterolo, pari a 180 mg/dl, viene misurato 100 volte con ognuno dei due metodi.

Le medie e le deviazioni standard delle determinazioni sono rispettivamente:

per A: media 178 mg/dl, ds=2 mg/dl

per B: media 179.2 mg/dl, ds=4 mg/dl

Quale dei due metodi è più preciso?



< ds ⇒ > precisione

A + precisa

B + accurata, si avvicina di più al valorevero

Misure di posizione e di dispersione: simbologia

popolazione		**campione**
μ = media	*stimata da*	x
σ^2 = varianza	*stimata da*	s^2
σ = deviazione standard	*stimata da*	s

1. Si hanno i pesi (kg) alla nascita di 10 bambini:

3,5 4,2 3,2 2,9 4,0 3,5 3,1 3,0 3,9 4,1

a) Calcolare media, moda, mediana del peso dei 10 neonati.
b) Calcolare range e deviazione standard del peso dei 10 neonati.

2. 50 neonati presentavano un peso medio di 3,8 kg e 10 neonate un peso medio di 3,0 kg. Qual è il peso medio dei 60 neonati?

FREQUENZE ASSOLUTE E RELATIVE DEI LIVELLI DI COLESTEROLO SIERICO IN 2.294 SOGGETTI DELLA POPOLAZIONE MASCHILE DEGLI STATI UNITI, 1976 – 1980
RAPPRESENTAZIONE GRAFICA TRAMITE POLIGONI DI FREQUENZA
ENTRAMBI SULLO STESSO GRAFICO.

X Livello di colesterolo (mg / 100 ml)	Età 25 - 34		Età 55 - 64	
	Numero di soggetti	**Frequenza relativa (%)**	**Numero di soggetti**	**Frequenza relativa (%)**
80-119	13	1,2	5	0,4
120-159	150	14,1	48	3,9
160-199	442	41,4	265	21,6
200-239	299	28,0	458	37,3
240-279	115	10,8	281	22,9
280-319	34	3,2	128	10,4
320-359	9	0,8	35	2,9
360-399	5	0,5	7	0,6
TOTALE	**1.067**	**100,0**	**1.227**	**100,0**

FREQUENZE RELATIVE E FREQUENZE RELATIVE CUMULATIVE DEI LIVELLI DI COLESTEROLO SIERICO IN 2.294 SOGGETTI DELLA POPOLAZIONE MASCHILE DEGLI STATI UNITI, 1976 – 1980

Livello di colesterolo (mg / 100 ml)	Età 25 - 34		Età 55 - 64	
	Frequenza relativa (%)	**Frequenza relativa cumulativa (%)**	**Frequenza relativa (%)**	**Frequenza relativa cumulativa (%)**
80-100	1,2	1,2	0,4	0,4
120-159	14,1	15,3	3,9	4,3
160-199	41,4	56,7	21,6	25,9
200-239	28,0	84,7	37,3	63,2
240-279	10,8	95,5	22,9	86,1
280-319	3,2	98,7	10,4	96,5
320-359	0,8	99,5	2,9	99,4
360-399	0,5	100,0	0,6	100,0

Misure di sintesi del livello di colesterolo sierico in 2294 soggetti della popolazione maschile statunitense

Età 25 – 34 anni

Classe modale (160 – 199) mg/100 ml

Classe mediana (160 – 199) mg/100 ml

$$\bar{x} = 199,3$$

$$s = 43,9\, mg / 100\, ml$$

$$CV\% = 22,0\%$$

Età 55 – 64 anni

Classe modale (200 – 239) mg/100 ml

Classe mediana (200 – 239) mg/100 ml

$$\bar{X} = 229,7$$

$$s = 46,4\, mg / 100\, ml$$

$$CV\% = 20,2\%$$