

Saperi Minimi Fisica  
Prova parziale del 20 Dicembre 2012  
Tipo A

É consentito l'uso della calcolatrice scientifica. Si ricordi di scrivere nome, cognome, matricola e il tipo del compito su ogni foglio utilizzato.

**Es. 1** Sono dati i seguenti vettori nel piano:  $\vec{v}_1 = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$ ,  $\vec{v}_2 = 5\mathbf{i}$ ,  $\vec{v}_3 = -2\mathbf{j}$ . Si calcoli  $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$ , specificandone poi il modulo e l'angolo che quest'ultimo forma con l'asse x.

**Es. 2** Un atleta sta correndo in linea retta alla velocità costante di 10,8 Km/h. Si scriva tale velocità in unità di misura del SI. Quanto tempo impiega a percorrere un kilometro e mezzo?

**Es. 3** Un ciclista, che stava pedalando su una strada rettilinea alla velocità di 12 m/s, decelera con un  $a$  costante per 40 secondi, e nel frattempo percorre 360 m. Qual'è stata l'accelerazione? Quale velocità ha raggiunto?

**Es. 4** Un arciere scocca una freccia con un alzo di  $60^\circ$ , imprimendole una velocità iniziale di 30 m/s. Qual'è la gittata (ovvero qual'è la distanza tra il punto in cui viene effettuato il lancio e il punto dove atterra la freccia)?

**Es. 5** Su un treno che sta viaggiando a 40 m/s verso nord, un passeggero cammina alla velocità di 2 m/s verso sud. A quale velocità lo vede camminare un uomo che sta fermo su una strada che costeggia i binari?

**Es. 6** Una cassa di 100 Kg è appoggiata su un pavimento di mattoni. Se il coefficiente di attrito statico è pari a 0,6, quale forza è necessaria per riuscire a spostare la cassa? Se invece si applica una forza minore, quanto vale la forza d'attrito statico?

**Es. 7** Un oggetto di 4 kg è appoggiato su un piano privo di attrito inclinato di  $20^\circ$  rispetto alla linea dell'orizzonte. Qual'è la sua forza peso? La si scomponga nelle due componenti parallela e perpendicolare al piano. Quanto vale la reazione vincolare? Quale forza sarebbe necessaria per mantenere l'oggetto in equilibrio?

**Es. 8** All'estremità di una molla lunga 50 cm viene attaccata una pallina di 100 grammi. Tenendo l'altra estremità fissa, si comprime la molla fino a farle raggiungere la lunghezza di 40 cm. Se la costante elastica della molla è di 1000 N/m, quale forza è necessaria per tenere ferma la pallina in tale posizione? Se poi la molla venisse lasciata libera di muoversi, quale accelerazione istantanea imprimerebbe la forza elastica alla pallina?

Saperi Minimi Fisica  
Prova parziale del 20 Dicembre 2012  
Tipo B

È consentito l'uso della calcolatrice scientifica. Si ricordi di scrivere nome, cognome, matricola e il tipo del compito su ogni foglio utilizzato.

**Es. 1** Sono dati i seguenti vettori nel piano:  $\vec{v}_1 = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$ ,  $\vec{v}_2 = 6\mathbf{j}$ ,  $\vec{v}_3 = 5\mathbf{i}$ . Si calcoli  $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$ , specificandone poi il modulo e l'angolo che quest'ultimo forma con l'asse x.

**Es. 2** Un cavallo sta correndo in linea retta alla velocità costante di 14,4 Km/h. Si scriva tale velocità in unità di misura del SI. Quanto tempo impiega a percorrere 1200 m?

**Es. 3** Un motociclista, che stava viaggiando su una strada rettilinea alla velocità di 25 m/s, decelera con un  $a$  costante per 20 secondi, e nel frattempo percorre 350 m. Qual'è stata l'accelerazione? Quale velocità ha raggiunto?

**Es. 4** Un atleta lancia un giavellotto con un alzo di  $30^\circ$ , imprimendole una velocità iniziale di 20 m/s. Qual'è la gittata (ovvero qual'è la distanza tra il punto in cui viene effettuato il lancio e il punto dove atterra il giavellotto)?

**Es. 5** Su un treno che sta viaggiando a 50 m/s, un passeggero cammina alla velocità di 2 m/s nella stessa direzione in cui si sta muovendo il treno. A quale velocità lo vede camminare un uomo che sta fermo su una strada che costeggia i binari?

**Es. 6** Una cassa di 150 Kg è appoggiata su un pavimento di mattoni. Se il coefficiente di attrito statico è pari a 0,6, quale forza è necessaria per riuscire a spostare la cassa? Se invece si applica una forza minore, quanto vale la forza d'attrito statico?

**Es. 7** Una scatola di 20 kg è appoggiata su un piano privo di attrito inclinato di  $35^\circ$  rispetto alla linea dell'orizzonte. Qual'è la sua forza peso? La si scomponga nelle due componenti parallela e perpendicolare al piano. Quanto vale la reazione vincolare? Quale forza sarebbe necessaria per mantenere l'oggetto in equilibrio?

**Es. 8** All'estremità di una molla lunga 30 cm viene attaccata una pallina di 200 grammi. Tenendo l'altra estremità fissa, si comprime la molla fino a farle raggiungere la lunghezza di 25 cm. Se la costante elastica della molla è di 1200 N/m, quale forza è necessaria per tenere la pallina ferma in tale posizione? Se poi la molla venisse lasciata libera di muoversi, quale accelerazione istantanea imprimerebbe la forza elastica alla pallina?

# Soluzioni della prova parziale del 20 Dicembre 2012

## Tipo A

### Soluzione dell'esercizio 1

Sono dati questi tre vettori nel piano:

$$\vec{v}_1 = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j};$$

$$\vec{v}_2 = 5\mathbf{i};$$

$$\vec{v}_3 = -2\mathbf{j};$$

Calcolo la somma dei tre vettori:

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 5\mathbf{i} - 2\mathbf{j} = (3 + 5)\mathbf{i} + (4 - 2)\mathbf{j} = 8\mathbf{i} + 2\mathbf{j}.$$

Calcoliamo il modulo:

$$|\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3| = \sqrt{8^2 + 2^2} = \sqrt{64 + 4} = \sqrt{68} \simeq 8,25.$$

Calcoliamo l'angolo formato dal vettore somma con l'asse  $x$ :

$$\alpha = \arctan \frac{2}{8} = \arctan 0,25 \simeq 14^\circ.$$

(Oppure si poteva calcolare  $\arcsin \frac{2}{8,25}$ , o ancora  $\arccos \frac{8}{8,25}$ ).

### Soluzione dell'esercizio 2

Scriviamo la velocità in metri al secondo:

$$10,8 \text{ Km/h} = 10,8 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 3 \text{ m/s}.$$

Per calcolare il tempo impiegato usiamo la formula  $x = vt$ , ricordando che un chilometro e mezzo sono 1500 metri:

$$t = \frac{x}{v} = \frac{1500 \text{ m}}{3 \text{ m/s}} = 500 \text{ s}.$$

### Soluzione dell'esercizio 3

I dati che abbiamo sono:  $v_0 = 12 \text{ m/s}$ ,  $t = 40 \text{ s}$ ,  $x - x_0 = 360 \text{ m}$ . Calcoliamo l'accelerazione:

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$360 \text{ m} = (12 \text{ m/s}) (40 \text{ s}) + \frac{1}{2} a (40 \text{ s})^2$$

$$\frac{1}{2} a (1600 \text{ s}^2) = 360 \text{ m} - (12 \text{ m/s}) (40 \text{ s})$$

$$a = 2 \frac{-120 \text{ m}}{1600 \text{ s}^2} = -0,15 \text{ m/s}^2.$$

Ora che abbiamo trovato l'accelerazione, troviamo la velocità finale raggiunta:

$$v = v_0 + at = 12 \text{ m/s} + (-0,15 \text{ m/s}^2)(40 \text{ s}) = 12 \text{ m/s} - 6 \text{ m/s} = 6 \text{ m/s}.$$

#### Soluzione dell'esercizio 4

Possiamo calcolare la gittata in due modi. Con la formula:

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha = \frac{(30 \text{ m/s})^2}{9,8 \text{ m/s}^2} \sin 120 \simeq 79,53 \text{ m}.$$

Si potevano usare (sono equivalenti) anche le formule:

$$R = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}, \quad R = \frac{2v_{0,x}v_{0,y}}{g}.$$

Altrimenti possiamo calcolare la gittata sfruttando le sole leggi del moto:

$$\begin{cases} y = y_0 + v_{0,y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ x = x_0 + v_{0,x}t \end{cases}$$

Vogliamo trovare il secondo punto, oltre all'origine, in cui la parabola descritta dal moto della palla interseca l'asse  $y$ . Siano  $y_0 = 0$  e  $x_0 = 0$ . Dalla prima equazione:

$$t(v_{0,y}t - \frac{1}{2}gt) = 0$$

Escludiamo il caso  $t = 0$  s, e troviamo il secondo  $t$ :

$$t = \frac{2v_{0,y}}{g} = \frac{2v_0 \sin 60}{g} \simeq 5,3 \text{ s}.$$

Ora che abbiamo il tempo di volo, possiamo calcolare la gittata:

$$x = 0 + v_{0,x}t = v_0 \cos 60(5,3 \text{ s}) \simeq 79,5 \text{ m}$$

#### Soluzione dell'esercizio 5

Consideriamo come positiva la direzione Nord. Siano: A = Uomo a terra; B= Treno; P = Passeggero. Allora:

$$\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA} = -2 \text{ m/s} + 40 \text{ m/s} = 38 \text{ m/s}.$$

L'uomo vede andare il passeggero a 38 m/s verso Nord.

#### Soluzione dell'esercizio 6

La forza necessaria è la forza di primo distacco, che si calcola con la formula:

$$F = k_s P_{\perp} = 0,6(100 \text{ Kg} \times 9,8 \text{ m/s}^2) \simeq 588 \text{ N}.$$

(Su un piano orizzontale la forza premente non è che la forza peso.)

**Se si spinge** (orizzontalmente) **con una forza minore** rispetto alla forza di primo distacco appena calcolata, **la forza di attrito è uguale in modulo e direzione alla forza applicata,**

**ma verso opposto.** La somma delle forze agenti sul corpo risulta quindi nulla, e il corpo non si muove.

(Il modulo della forza di primo distacco è il massimo valore che la forza di attrito statico può assumere. Il coefficiente di attrito dipende solo dai materiali delle superfici a contatto, non cambia se si cambia la forza applicata.)

### Soluzione dell'esercizio 7

Calcoliamo la forza peso:

$$|P| = mg = 4 \text{ Kg} \times 9,8 \text{ m/s}^2 \simeq 39,2 \text{ N}.$$

Ora scomponiamo la forza peso nelle due componenti, parallela e perpendicolare al piano:

$$|P_{\parallel}| = |P| \sin 20 \simeq 13,4 \text{ N}, \quad |P_{\perp}| = |P| \cos 20 \simeq 36,8 \text{ N}.$$

La reazione vincolare ha lo stesso modulo e direzione di  $P_{\perp}$ , ma verso opposto. Per tenere in equilibrio il corpo servirebbe una forza di modulo e direzione pari a  $P_{\parallel}$ , ma verso opposto.

### Soluzione dell'esercizio 8

Consideriamo negativo il verso in cui stiamo comprimendo la molla. Lo spostamento allora per noi è negativo:  $\Delta x = -10 \text{ cm} = -0,1 \text{ m}$ . La forza esercitata dalla molla compressa è:

$$F = -kx = -(1000 \text{ N/m})(-0,1 \text{ m}) = 100 \text{ N}.$$

Per tenere ferma la molla serve una forza pari a  $-F$ .

Calcoliamo l'accelerazione:

$$F = ma$$
$$a = \frac{F}{m} = \frac{100 \text{ N}}{0,1 \text{ Kg}} = 1000 \text{ m/s}^2.$$

# Soluzioni della prova parziale del 20 Dicembre 2012

## Tipo B

### Soluzione dell'esercizio 1

Sono dati questi tre vettori nel piano:

$$\vec{v}_1 = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j};$$

$$\vec{v}_2 = 6\mathbf{j};$$

$$\vec{v}_3 = 5\mathbf{i};$$

Calcolo la somma dei tre vettori:

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 5\mathbf{i} - 2\mathbf{j} = (3 + 5)\mathbf{i} + (4 - 2)\mathbf{j} = 8\mathbf{i} + 2\mathbf{j}.$$

Calcoliamo il modulo:

$$|\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3| = \sqrt{8^2 + 2^2} = \sqrt{64 + 4} = \sqrt{68} \simeq 8,25.$$

Calcoliamo l'angolo formato dal vettore somma con l'asse  $x$ :

$$\alpha = \arctan \frac{2}{8} = \arctan 0,25 \simeq 14^\circ.$$

(Oppure si poteva calcolare  $\arcsin \frac{2}{8,25}$ , o ancora  $\arccos \frac{8}{8,25}$ ).

### Soluzione dell'esercizio 2

Scriviamo la velocità in metri al secondo:

$$14,4 \text{ Km/h} = 14,4 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 4 \text{ m/s}.$$

Per calcolare il tempo impiegato usiamo la formula  $x = vt$ :

$$t = \frac{x}{v} = \frac{1200 \text{ m}}{4 \text{ m/s}} = 300 \text{ s}.$$

### Soluzione dell'esercizio 3

I dati che abbiamo sono:  $v_0 = 25 \text{ m/s}$ ,  $t = 20 \text{ s}$ ,  $x - x_0 = 350 \text{ m}$ . Calcoliamo l'accelerazione:

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$350 \text{ m} = (25 \text{ m/s}) (20 \text{ s}) + \frac{1}{2} a (20 \text{ s})^2$$

$$\frac{1}{2} a (400 \text{ s}^2) = 350 \text{ m} - (25 \text{ m/s}) (20 \text{ s})$$

$$a = 2 \frac{-150 \text{ m}}{400 \text{ s}^2} = -0,75 \text{ m/s}^2.$$

Ora che abbiamo trovato l'accelerazione, troviamo la velocità finale raggiunta:

$$v = v_0 + at = 25 \text{ m/s} + (-0,75 \text{ m/s}^2)(20 \text{ s}) = 25 \text{ m/s} - 15 \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}.$$

#### Soluzione dell'esercizio 4

Possiamo calcolare la gittata in due modi. Con la formula:

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha = \frac{(20 \text{ m/s})^2}{9,8 \text{ m/s}^2} \sin 60 \simeq 35,34 \text{ m}.$$

Si potevano usare (sono equivalenti) anche le formule:

$$R = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}, \quad R = \frac{2v_{0,x}v_{0,y}}{g}.$$

Altrimenti possiamo calcolare la gittata sfruttando le sole leggi del moto:

$$\begin{cases} y = y_0 + v_{0,y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ x = x_0 + v_{0,x}t \end{cases}$$

Vogliamo trovare il secondo punto, oltre all'origine, in cui la parabola descritta dal moto della palla interseca l'asse  $y$ . Siano  $y_0 = 0$  e  $x_0 = 0$ . Dalla prima equazione:

$$t(v_{0,y}t - \frac{1}{2}gt) = 0$$

Escludiamo il caso  $t = 0$  s, e troviamo il secondo  $t$ :

$$t = \frac{2v_{0,y}}{g} = \frac{2v_0 \sin 30}{g} \simeq 2,04 \text{ s}.$$

Ora che abbiamo il tempo di volo, possiamo calcolare la gittata:

$$x = 0 + v_{0,x}t = v_0 \cos 30(2,04 \text{ s}) \simeq 35,34 \text{ m}$$

#### Soluzione dell'esercizio 5

Consideriamo come positiva la direzione in cui sta andando il treno. Siano: A = Uomo a terra; B= Treno; P = Passeggero. Allora:

$$\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA} = 2 \text{ m/s} + 50 \text{ m/s} = 52 \text{ m/s}.$$

L'uomo vede andare il passeggero a 52 m/s nella stessa direzione del treno.

#### Soluzione dell'esercizio 6

La forza necessaria è la forza di primo distacco, che si calcola con la formula:

$$F = k_s P_{\perp} = 0,6(150 \text{ Kg} \times 9,8 \text{ m/s}^2) \simeq 882 \text{ N}.$$

(Su un piano orizzontale la forza premente non è che la forza peso.)

**Se si spinge** (orizzontalmente) **con una forza minore** rispetto alla forza di primo distacco appena calcolata, **la forza di attrito è uguale in modulo e direzione alla forza applicata, ma verso opposto**. La somma delle forze agenti sul corpo risulta quindi nulla, e il corpo non si muove.

(Il modulo della forza di primo distacco è il massimo valore che la forza di attrito statico può assumere. Il coefficiente di attrito dipende solo dai materiali delle superfici a contatto, non cambia se si cambia la forza applicata.)

### Soluzione dell'esercizio 7

Calcoliamo la forza peso:

$$|P| = mg = 20 \text{ Kg} \times 9,8 \text{ m/s}^2 \simeq 196 \text{ N}.$$

Ora scomponiamo la forza peso nelle due componenti, parallela e perpendicolare al piano:

$$|P_{\parallel}| = |P| \sin 35 \simeq 112,4 \text{ N}, \quad |P_{\perp}| = |P| \cos 35 \simeq 160,5 \text{ N}$$

La reazione vincolare ha lo stesso modulo e direzione di  $P_{\perp}$ , ma verso opposto. Per tenere in equilibrio il corpo servirebbe una forza di modulo e direzione pari a  $P_{\parallel}$ , ma verso opposto.

### Soluzione dell'esercizio 8

Consideriamo negativo il verso in cui stiamo comprimendo la molla. Lo spostamento allora per noi è negativo:  $\Delta x = -5 \text{ cm} = -0,05 \text{ m}$ . La forza esercitata dalla molla compressa è:

$$F = -kx = -(1200 \text{ N/m})(-0,05 \text{ m}) = 60 \text{ N}.$$

Per tenere ferma la molla serve una forza pari a  $-F$ .

Calcoliamo l'accelerazione:

$$F = ma$$
$$a = \frac{F}{m} = \frac{60 \text{ N}}{0,2 \text{ Kg}} = 300 \text{ m/s}^2.$$